

Workshop på InterMat projektdag fredag den 21. april 2021 på DTU:

Matematik1 standardopgaver

|||| Opgave 1 Funktion af én variabel

Der er givet funktionen $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 4}{2x} = \frac{x}{2} + 1 + \frac{2}{x}$ for $x \neq 0$.

- f har to stationære punkter, find dem!
- Undersøg ved f'' -test om der er egentligt lokalt maksimum eller minimum i de to stationære punkter.
- Tegn grafen for f i et passende vindue og tjek at dine resultater ovenfor ser fornuftige ud.

|||| Opgave 2 Tangentplan for funktion af to variable

En funktion af to variable er givet ved

$$f(x, y) = 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} \text{ for } (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

- Bestem det approksimerende polynomium af første grad for f med udviklingspunktet $(x_0, y_0) = (1, -1)$
- Tegn grafen for f sammen med tangentplanen i røringspunktet $(1, -1, f(1, -1))$.

|||| Opgave 3 Globalt maksimum og minimum

Vi betragter funktionen $f(x, y) = y + \ln(3 - x^2 - y^2)$ og mængden $M = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 2\}$.

- Der findes netop ét stationært punkt for f i det indre af M . Find det, og bestem værdien af f i dette punkt.
- Bestem størsteværdien og mindsteværdien af f på randen af M .
- Nu kan du angive det globale maksimum og det globale minimum af f på M .

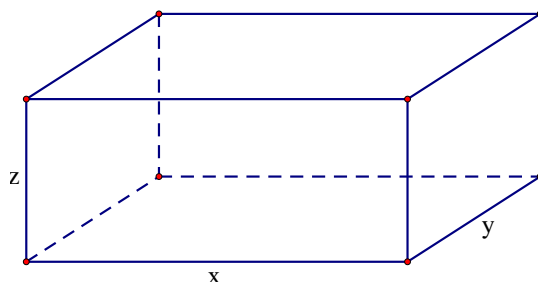
||| Opgave 4 Karakterisering af stationære punkter

En funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ er givet ved $f(x, y) = x^2 y + \frac{1}{3} y^3 - y$.

- Find alle stationære punkter for f .
- Undersøg for hvert af de stationære punkter om f har egentligt lokal maksimum, egentligt lokal minimum eller ingen af delene i punktet.
- Bestem det approksimerende polynomium af anden grad for f med udviklingspunktet $(x_0, y_0) = (0, 1)$, og plot dets graf sammen med grafen for f .

||| Opgave 5 Optimering

En kasseformet tank skal konstrueres så den får et rumfang på 1250 m^3 . Bund, sider og låg koster henholdsvis 4000 kr/m^2 , 2000 kr/m^2 , og 1000 kr/m^2 .



- Find en funktion $f(x, y)$ som angiver tankens samlede pris som funktion af x og y . Vis at den har netop ét stationært punkt, og afgør om der er egentligt lokal maksimum, egentligt lokal minimum eller ingen af delene i punktet.
- Dimensionér kassen så prisen bliver mindst mulig, og angiv prisen.

SLUT