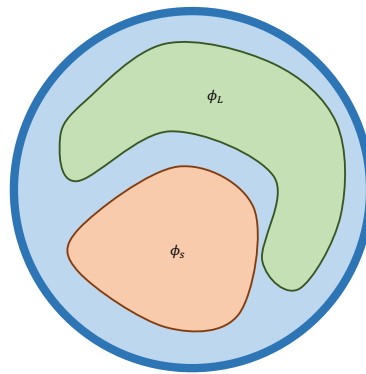


Temaøvelse: Optimal Fytoplankton

Start med at se denne [video](#).

Fytoplankton er bitte små encellede organismer, der lever i de øvre lag af verdens søer og oceaner. Der er ansvarlige for omkring halvdelen af fotosyntesen på jorden. Således er de nøgleorganismer i oceanernes primære produktion, som til sidste ender op i de fisk vi spiser. Fytoplankton indgår også i den globale kulstof circulation, der regulerer jordens klima. I denne temaøvelse analyserer vi en simpel model af en generisk fytoplankton celle. Modeller som denne – med nogle få flere detaljer – danner basis for simulationsmodeller af livet i det globale ocean, så som [MIT Darwin model](#).

Vi tænker for det meste på mikroskopisk liv som simpelt “småt materiale”, men mikrobiologisk liv er lige så forskelligt som det makroskopiske liv, vi oplever med vore sanser. For at beskrive nogle aspekter af denne diversitet, beskriver vi generisk fytoplankton ved deres investering i to funktioner: udnyttelse af lys ϕ_L (kloroplast) og syntese af ny struktur (ribosomer osv.) ϕ_S . Disse to investeringer beskriver den fraktion som cellen bruger på hver funktion.



De to investeringer er relaterede således: $\phi_L + \phi_S = 1$. Vi bruger denne relation til at beskrive investeringen i syntese som: $\phi_S = 1 - \phi_L$.

Optagelsen af kulstof gennem lysforbrug beskrives som en S-formet funktion:

$$J_L(\phi_L, x) = c_s(1 - \phi_L) \frac{c_L \phi_L x}{c_L \phi_L x + c_s(1 - \phi_L)}. \quad (1)$$

De to konstanter værdi er: c_S og c_L er givet i nedenstående Tabel 1.

Spørgsmål 1 Plot J_L som en funktion af lys (x) for forskellige værdier af ϕ_L . Vis at for et givent ϕ_L og for små lysniveauer, $x \ll c_s/c_L$, (\ll betyder meget mindre end) er optagelsen proportional med x og investeringen i lysoptag. Vis at for et givent ϕ_L og store lysniveauer, $x \gg c_s/c_L$, (\gg betyder meget større end) er optagelsen begrænset af syntesekapaciteten $c_S(1 - \phi_L)$.

Tabel 1: Parametre og variable i modellen

Størrelse	Værdi
c_L	$1 \text{ m}^2\text{W}^{-1}\text{day}^{-1}$
c_S	1 day^{-1}
x_0	200 W m^{-2}
k	0.07 m^{-1}
Q_{10}	2
x	$[0\dots300] \text{ W m}^{-2}$
d	$[0.01\dots100] \mu\text{m}$

Spørgsmål 2 Den dominerende fytoplanktontype er den med den højeste vækstrate. Vækstraten $g(\phi_L, x)$ er simpelthen givet som optagelse af kulstof, J_L , minus tabene på grund af nedsynkning eller predation fra zooplankton:

$$g(\phi_L, x) = J_L(\phi_L, x) - m, \quad (2)$$

med tab $m \approx 0.1 \text{ day}^{-1}$. Plot vækstraten som en funktion af lys og investering i lysforbrug. Vis at den investering ϕ_L^* der maksimerer vækstraten ved at løse:

$$\frac{dg}{d\phi_L} = 0, \quad (3)$$

selvfølgelig under den betingelse at $\phi_L > 0$ og $x > 0$ er:

$$\phi_L^* = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{c_L x}{c_S}}}. \quad (4)$$

Under hvilke lysniveauer er vækstraten positiv?

Spørgsmål 3 Lysniveauerne varierer med dybden under havoverfladen z og tidspunkt på året t . Lyset er derfor en funktion af to variable:

$$x(z, t) = 0.5e^{-kz}(1 - \cos(t)) \quad (5)$$

hvor $k \approx 0.07 \text{ m}^{-1}$ er lysets ekstinktionskoefficient. Lav et konturplot af lyset som funktion af dybde gennem en sæson. Hvilken pytoplanktontype kan vi forvente nær overfladen og i en bestemt dybde (plot ϕ_L^* som funktion af dybden). Hvordan vil det variere gennem en sæson (plot ϕ_L^* som en funktion af dybde og tid). Hvor og hvornår er der positive vækstrater?

Hvordan reagerer fytoplankton på klimaforandringer?

Fordi fytoplankton er basis for marine fødekæder, er de nøgleorganismer til forståelse af hvorledes oceanernes produktivitet vil ændre sig i fremtiden. At lave sådanne forudsigelser er svært fordi produktion af fytoplankton er påvirket af mange mekanismer, som hver især trækker i modsatte retninger: Fytoplanktons fysiologi er hurtigere

i et varmere ocean, så her vil produktiviteten stige; omvendt vil lagdelingen i varmere oceaner være mere udpræget og på den måde bliver færre næringsstoffer tilgængelig for produktionen (aftagende produktivitet); flere og kraftigere storme vil opblande næringsstoffer fra dybere vandlag (stigende produktivitet); stigende forsuring fra mere opløst CO₂ vil erodere calcium skaller som det meste fytoplankton er afhængig af (mulig aftagende produktivitet). Vores simple model kan adressere et af disse aspekter: Hvordan fysiologien influeres af temperaturen.

Der er to fysiologiske rater i modellen: Optagelse af kulstof og den biologiske syntese. Optagelse af kulstof er stort set uafhængig af temperaturen. Syntese er en biologisk funktion, og de fleste rater af denne type fordobles når temperaturen stiger 10 °C. Ændringen i syntese må derfor skaleres således:

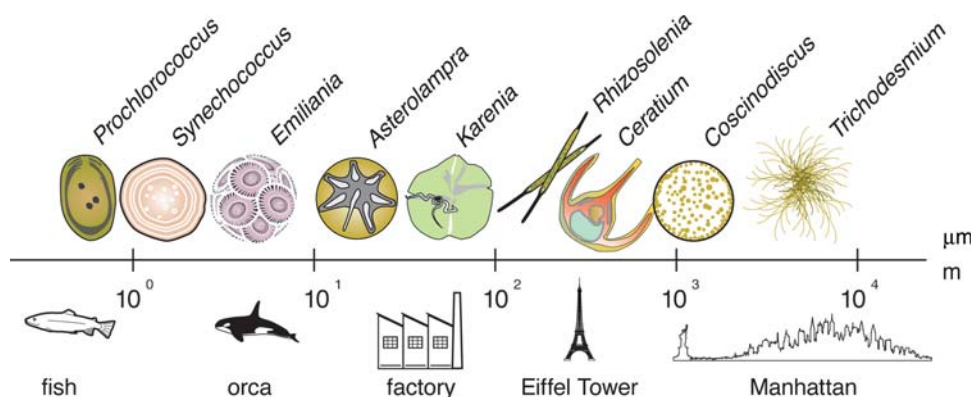
$$c_S(T) = c_S^* Q_{10}^{(T-T_{\text{ref}})/10}, \quad (6)$$

hvor $Q_{10} \approx 2$ og værdien af $c_S^* \approx 1$ er bestemt for en referencetemperatur på $T_{\text{ref}} = 10^\circ\text{C}$.

Spørgsmål 4 Lav et plot som viser hvordan den optimale investering ændrer sig som funktion af temperaturen og lys-koncentrationen. Nu varierer x mellem 0 W m⁻² og 300 W m⁻² og T varierer mellem 0 °C og 20 °C. Vis at ϕ_L^* ikke har stationære punkter i rektanglet givet ved grænserne for x og T . Find den maksimale vækstrate i det givne rektangel og hvor den opnås.

Cellestørrelse

Som nævnt er diversiteten af fytoplankton celler enorm. En måde hvorpå man kan få en ide om denne diversitet er ved at se på forskelle i cellestørrelser blandt fytoplankton:



Cellestørrelser varierer en faktor 10,000 i diameter, hvilket er mere end variationen fra en myg til en elefant. Cellestørrelsen influerer også de fysiologiske rater. Især optagelse

af kulstof er begrænset af celleoverfladen og ikke cellerumfanget. Det er fordi kloroplast tæt ved overfladen skygger for kloroplast i cellens midte. Optagelse af kulstof i (1) var den specifikke optagelse, i.e. optagelsen per masse eller rumfang. Kulstofoptagelse vil derfor variere med cellediameteren med en faktor d^2/d^3 , hvor d^2 er proportional med overfladen og d^3 med rumfanget. Derfor får vi lysoptaget som en funktion af cellediameteren som:

$$c_L(d) = \frac{c_L^*}{d}, \quad (7)$$

hvor $c_L^* \approx 1 \text{ m}^2 \text{ W}^{-1} \text{ day}^{-1}$ er optagelseskoefficienten for en celle med en diameter på $1 \mu\text{m}$.

Spørgsmål 5 Hvordan ændre den optimale investering sig med cellediameteren (brug en logaritmisk skala for cellediameteren)? Hvad er den approksimative øvre grænse for en fytoplanktons størrelse?

Ken H. Andersen som modificeret af Jesper Kampmann Larsen, February 2019